Geometría Euclidiana

Tarea 1

Instrucciones

Leer cuidadosamente todas las definiciones. Responder los ejercicios usando las definiciones así como todos los resultados vistos en clase. Cualquier construcción utilizada en el proceso requiere justificación.

Definición. La mediatriz es el lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de dos puntos dados.

Definición. Un conjunto de puntos $\mathcal{L}$ en el plano es *invariante* bajo una isometría φ si la imagen de cada uno de los puntos de $\mathcal{L}$ está de nuevo en $\mathcal{L}$. (Es decir que si $P \in \mathcal{L}$, entonces $\varphi(P) \in \mathcal{L}$)

Ejercicios

1. Sean P y Q dos puntos. Demostrar que la mediatriz es la recta perpendicular al segmento determinado por P y Q que pasa por su punto medio. (Mostrar primero la existencia de dicho punto medio y dar dos construcciones: una para ver que todos los puntos que están sobre dicha recta están a la misma distancia de P que de Q; y otra para ver que cualquier equidistante tiene que estar sobre dicha recta.)

2. Sea $\mathcal{C}$ un círculo con centro O. Demuestre que $\mathcal{C}$ es invariante bajo todas las isometrías que dejen fijo a O.

3. Sea P un punto sobre el círculo $\mathcal{C}$ con centro O y sea ℓ la recta perpendicular a $\overleftrightarrow{OP}$ por P. Demostrar que la intersección de ℓ y de $\mathcal{C}$ es únicamente el punto P. (Sugerencia: usar invariancia bajo una isometría adecuada.)

4. Sean ℓ y P una recta y un punto. Demostrar que la mínima distancia entre P y cualquier punto Q de ℓ se alcanza cuando $\overleftrightarrow{OP}$ es perpendicular a ℓ.

5. Memorizar la definición de congruencia: *Dos figuras en el plano son congruentes si se puede mover una sobre de la otra de modo que todas sus partes coincidan.*

Fecha de entrega: Viernes 8 de marzo de 2019.